MODELY OLIGOPOLU

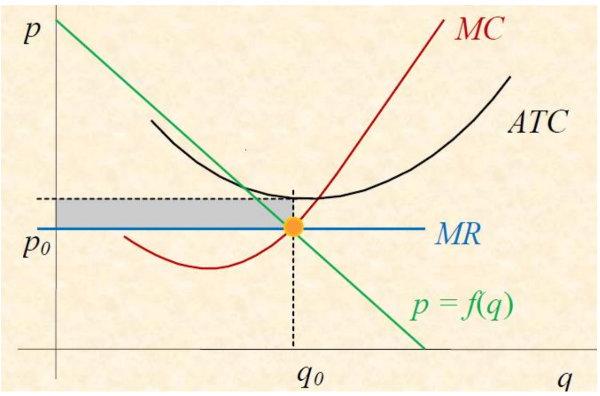
COURNOTŮV MODEL, STACKELBERGŮV MODEL

DOKONALÁ KONKURENCE

Trh **dokonalé konkurence** je charakterizován velkým počtem prodávajících, kteří vyrábějí homogenní produkt a nemohou ovlivnit tržní cenu, cenu tedy určuje trh (jsou tzv. price taker, cenoví příjemci). Neexistují bariéry pro vstup do odvětví, ani státní regulace a prodávající i kupující mají dokonalé informace. Zdroje jsou dokonale mobilní.

Příjem firmy je součinem ceny a množství: $R(q) = p \cdot q$. Mezní příjem firmy je roven ceně: $MR = dR(q)/dq = p$. Firma může prodat každou další jednotku za stejnou cenu p. Co se týče vztahu ceny a množství, je důležité rozlišovat vztahy mezi situací dokonale konkurenčního trhu a situací individuální dokonale konkurenční firmy. Na trhu poptávané množství klesá s rostoucí cenou. Ale individuální firma tuto cenu převezme a bude vyrábět takové množství, aby se její mezní příjmy rovnaly mezním nákladům. Křivka poptávky po produkci dokonale konkurenčního trhu je tedy klesající, ale křivka poptávky po produkci dokonale konkurenční firmy je horizontální a splývá s křivkou *MR* a *AR*.

Pokud bude dokonale konkurenční firma realizovat ekonomický zisk, přiláká to do odvětví další firmy. Tím dojde k posunu tržní nabídkové křivky a tržní cena výrobku klesne, takže i zisk individuální firmy se sníží. Další firmy budou do odvětví přicházet až do doby, kdy nebudou všechny firmy realizovat nulový ekonomický zisk. V dlouhém období tedy dokonale konkurenční firmy vyrábějí s minimálními průměrnými náklady.



Ztrátová dokonale konkurenční firma.
Zdroj: prezentace 4EK421 (Mgr. Jana Sekničková, PhD.)

Zisk π je rozdílem mezi příjmy $R(q)$ a náklady $C(q)$. Firma se snaží maximalizovat svůj zisk, bude tedy vyrábět takové množství produkce, v němž se mezní příjmy rovnají mezním nákladům. Derivaci zisku podle množství tedy položíme rovnou nule (podmínka prvního řádu) a spočítáme optimální objem produkce. Jinak řečeno hledáme takový objem produkce, kde se mezní příjmy budou rovnat mezním nákladům.

$$\pi = R(q) - C(q) \to \max \qquad \frac{d\pi(q)}{dq} = 0 \to MR = MC$$

Druhá derivace musí být záporná, aby šlo skutečně o maximum (podmínka druhého řádu): $\frac{d^2\pi(q)}{dq^2} < 0$

MONOPOL

Na **nedokonalém trhu** jsou porušeny některé předpoklady dokonalé konkurence. Firmy se snaží odlišovat své produkty, takže produkce není homogenní. Křivka poptávky po produkci individuální firmy je klesající: když chce firma prodat další zboží, musí snížit cenu. Pokud chce firma maximalizovat svůj zisk, vyrábí stejně jako dokonale konkurenční firma právě takové množství, aby se její mezní příjmy vyrovnaly mezním nákladům. Cena, za kterou toto množství prodá, je ale vyšší než mezní náklady. Nedokonale konkurenční firma tak bude vyrábět menší objem zboží, než by bylo společensky efektivní, a za vyšší cenu. Ani dlouhodobě nemusí vyrábět s minimálními průměrnými náklady.

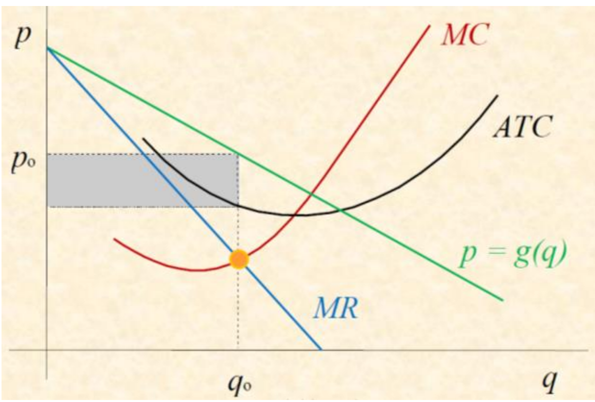
V případě monopolu je na trhu mnoho spotřebitelů, ale jen jediný výrobce, který určuje cenu (tzv. price maker, cenový tvůrce). Prodává menší množství zboží a za vyšší cenu, než by tomu bylo v případě dokonalé konkurence. Neefektivitu monopolu se může stát snažit regulovat fixní daní, daní ze zisku (% zisku) nebo daní z monopolního výrobku (z každého výrobku platí část), ale první dvě daně nemají žádný účinek, ve třetím případě bude monopol dokonce vyrábět ještě méně a za ještě vyšší cenu než bez regulace.

Poptávková funkce po produkci monopolu vyjadřuje závislost poptávaného množství na ceně. Je klesající, její derivace je tudíž záporná: $q = f(p)$. K ní existuje inverzní funkce, vyjadřující závislost ceny produkce na nabídce: $p = g(q)$. Její derivace je také záporná.

Příjem firmy je součinem ceny a množství: $R(q) = p \cdot q$.
Mezní příjem udává velikost změny příjmu při jednotkové změně objemu produkce: $MR = dR(q)/dq$
Zisk je rozdílem mezi celkovými příjmy a celkovými náklady. Firma vyrábí takový objem produkce, při němž je tento rozdíl maximální, tedy při němž se mezní příjmy rovnají mezním nákladům. To je úloha na volný extrém: $\frac{d\pi(q)}{dq} = \frac{dR(q)}{dq} - \frac{dC(q)}{dq} = 0.$

Příklad:	$p = 100 - 2q$, $C = 150 + 40q$.
Zisková funkce:	$\pi = R(q) - C(q) \rightarrow max$
	$\pi = (100 - 2q)q - 150 - 40q \rightarrow max$
Derivaci ziskové funkce podle q položíme rovnu nule:	$100 - 4q - 40 = 0$
Spočítáme q:	$q = 15$

Druhá derivace ziskové funkce podle q se rovná –4, a protože je záporná, jde o maximum.
Dopočítáme cenu, příjem, náklady a zisk: $p = 100 - 2 \cdot 15 = 70$, $R = 70 \cdot 15 = 1050$, $C = 150 + 40 \cdot 15 = 750$, zisk = 300



Nedokonale konkurenční firma
Zdroj: prezentace 4EK421 (Mgr. Jana Sekničková, PhD.)

OLIGOPOL

V případě oligopolu je na trhu několik málo výrobců (dva u duopolu), jejichž strategie jsou provázané. Jeden výrobce tak svým chováním nepřímo ovlivňuje chování ostatních firem. NEKOOPERATIVNÍ MODELY oligopolu jsou založeny na principu Nashovy rovnávahy a předpokládají maximalizaci zisku každé z firem vzhledem k tomu, co jí ostatní firmy dovolí. Patří mezi ně například Cournotův a Stackelbergův model. KOOPERATIVNÍ MODELY spočívají v maximalizaci celkového zisku: firmy tedy uzavírají kartelové dohody.

COURNOTŮV MODEL

Uvažujme dvě firmy (duopol), které si konkurují. Obě firmy chtějí maximalizovat svůj zisk a obě chtějí být **následníky**, nikoli vůdci. První vyrábí množství q_1, druhá množství q_2. Tržní cena zboží závisí na množství zboží na trhu: $p = g(q_1 + q_2)$.

Příjem *i*-té firmy závisí tím pádem i na objemu produkce druhé firmy, protože ten ovlivní tržní cenu: $R_i(q_1,q_2)=p\cdot q_i=g(q_1,q_2)\cdot q_i$

Mezní příjem firmy MR udává velikost změny příjmu v důsledku jednotkové změny objemu produkce (derivace součinu): $MR_i(q_1,q_2)= \frac{\partial R_i(q_1,q_2)}{\partial q_i} = \frac{\partial g(q_1,q_2)}{\partial q_i} q_i + g(q_1, q_2) = \frac{\partial p}{\partial q_i} q_i + p$ (protože platí $p = g(q_1, q_2)$). Mezní příjem je menší než cena.

Nákladová funkce firmy i-té firmy se značí $C_i(q_i)$ a je rostoucí.

Mezní náklady *i*-té firmy udávají velikost změny nákladů v důsledku jednotkové změny objemu produkce: $MC_i(q_i)=\frac{\partial C_i(q_i)}{\partial q_i}$. Mezní náklady jsou kladné.

Zisk je rozdílem mezi příjmy a náklady: $\pi_i = R_i(q_1,q_2) - C_i(q_i) = p\cdot q_i - C_i(q_i) = g(q_1 + q_2) \cdot q_i - C_i(q_i)$

Pokud jsou obě firmy následníky, pak stačí položit první derivace jejich zisku podle jejich vyráběného množství rovny nule, čímž získáme soustavu dvou rovnic o dvou neznámých (q_1 a q_2), kterou je už snadné vyřešit.

Stackelbergův model

Stackelbergův model je rozšířením Cournotova modelu. Předpokládáme opět dvě vzájemně si konkurující firmy, které chtějí maximalizovat svůj zisk. Jedna z firem je však **vůdce**, chová se tedy jako monopolista, zatímco druhá firma ji **následuje**.

Ve Stackelbergerově modelu pracujeme s **funkcemi reakce**. Jak je získat? První firma nemůže ovlivnit produkci druhé firmy: $q_2 = q_2^0$. Když se první firma snaží maximalizovat svůj zisk, položí první derivaci svého zisku podle množství q_1 rovnu nule: $\frac{\partial \pi_1(q_1, q_2^0)}{\partial q_1} = 0$. Jde tedy o rovnici s jednou proměnnou q_1 a jedním parametrem q_2^0. Z této rovnice lze vyjádřit q_1 jako funkci q_2^0: $q_1 = \varphi_1(q_2^0)$. Tomu se říká funkce reakce první firmy.

Obdobně druhá firma se snaží maximalizovat svůj zisk, takže položí první derivaci svého zisku podle množství q_2 rovnu nule: $\frac{\partial \pi_2(q_1^0, q_2)}{\partial q_2} = 0$. Jde tedy o rovnici s jednou proměnnou q_2 a jedním parametrem q_1^0. Z této rovnice lze vyjádřit q_2 jako funkci q_1^0: $q_2 = \varphi_2(q_1^0)$. Tomu se říká funkce reakce druhé firmy.

Mohou nastat v zásadě tři situace: první firma bude vůdcem a druhá následníkem, druhá bude vůdcem a první následníkem, nebo se obě budou chovat jako vůdci.

V prvním případě druhá firma stanovuje objem své produkce podle své funkce reakce. S tím první firma dopředu počítá, takže její zisková funkce bude $\pi_1\big(q_1, \varphi(q_1)\big) \rightarrow max$. Derivaci zisku podle q_1 položíme rovnu nule: : $\frac{\mathrm{d}\pi_1(q_1, \varphi(q_1))}{\mathrm{d}q_1} = 0$. To je funkce jedné proměnné, takže není problém najít optimální množství q_1. Množství q_2 pak dopočítáme z funkce reakce druhé firmy.

Ve druhém případě první firma stanovuje objem své produkce podle své funkce reakce. S tím druhá firma dopředu počítá, takže její zisková funkce bude $\pi_2(\varphi(q_2), q_2) \rightarrow max$. Derivaci zisku podle q_2 položíme rovnu nule: : $\frac{\mathrm{d}\pi_2(\varphi(q_2), q_2)}{\mathrm{d}q_2} = 0$. To je funkce jedné proměnné, takže není problém najít optimální množství q_2. Množství q_1 pak dopočítáme z funkce reakce druhé firmy.

Ve třetím případě stanovují obě firmy svůj objem produkce tak, jako by byly vůdci, což ve svém důsledku povede k nižšímu zisku pro ně obě.

Příklad:

Zadání	$p = 100 - (q_1 + q_2)$ $C_1(q_1)=150+12q_1$ $C_2(q_2)=q_2^2$
COURNOTŮV MODEL	
Vyjádříme zisky každé z firem. $\pi_i = p \cdot q_i - C_i(q_i)$	$\pi_1 = [100 - (q_1 + q_2)]\, q_1 - (150+12q_1)$ $= -q_1^2 - q_1q_2 + 88q_1 - 150$ $\pi_2 = [100 - (q_1 + q_2)]\, q_2 - q_2^2$ $= -2q_2^2 - q_1q_2 + 100q_2$
Obě firmy se snaží maximalizovat zisk. Položíme derivace zisku rovny 0. Řešíme soustavu dvou rovnic o dvou neznámých.	$\partial\pi_1/\partial q_1 = 0$ $\partial\pi_2/\partial q_2 = 0$ $-2q_1 - q_2 + 88 = 0$ $-4q_2 - q_1 + 100 = 0$ $q_1 = 36,\ q_2 = 16$
Z toho lze dopočítat cenu. Lze dopočítat také zisky jednotlivých firem.	$p = 100 - (q_1 + q_2) = 48$ $\pi_1 = 1146$ $\pi_2 = 512$
STACKELBERGŮV MODEL	
Funkce reakce první firmy 1. firma nemůže ovlivnit produkci 2. firmy: $q_2 = q_2^0$ Firma se snaží maximalizovat zisk. První derivaci zisku podle množství q_1 tedy položíme rovnu nule. Z toho vyjádříme funkci reakce první firmy.	$\pi_1(q_1, q_2^0) \rightarrow \max$ $\frac{\partial\pi_1(q_1,q_2^0)}{\partial q_1} = 0$ $-2q_1 - q_2^0 + 88 = 0$ $q_1 = \varphi_1(q_2^0)$ $q_1 = 44 - 0{,}5q_2^0$
Funkce reakce druhé firmy 2. firma nemůže ovlivnit produkci 1. firmy: $q_1 = q_1^0$ Firma se snaží maximalizovat zisk. První derivaci zisku podle množství q_2 tedy položíme rovnu nule. Z toho vyjádříme funkci reakce druhé firmy.	$\pi_2(q_1^0, q_2) \rightarrow \max$ $\frac{\partial\pi_2(q_1^0,q_2)}{\partial q_2} = 0$ $-4q_2 - q_1^0 + 100 = 0$ $q_2 = \varphi_2(q_1^0)$ $q_2 = 25 - 0{,}25q_1^0$
Předpokládejme, že **první firma je vůdce**. Její zisková funkce bude: První derivaci položíme rovnu nule a spočítáme q_1: Dopočítáme q_2 z funkce reakce: Rovnovážná cena bude: Zisk firem bude:	$\pi_1 = -q_1^2 - q_1q_2 + 88q_1 - 150$ $= -q_1^2 - q_1(25 - 0{,}25q_1) + 88q_1 - 150$ $d\pi_1/dq_1 = -1{,}5q_1 + 63 = 0$ $q_1 = 42$ $q_2 = 25 - 0{,}25q_1 = 14{,}5$ $p = 100 - (q_1 + q_2) = 43{,}5$ $\pi_1 = 1173,\ \pi_2 = 420{,}5$
Předpokládejme, že **druhá firma je vůdce**. Její zisková funkce bude: První derivaci položíme rovnu nule a spočítáme q_2: Dopočítáme q_1 z funkce reakce: Rovnovážná cena bude: Zisk firem bude:	$\pi_2 = -2q_2^2 - q_1q_2 + 100q_2$ $= -2q_2^2 - (44 - 0{,}5q_2)q_2 + 100q_2$ $d\pi_2/dq_2 = -3q_2 + 56 = 0$ $q_2 = 18{,}67$ $q_1 = 44 - 0{,}5q_2 = 34{,}67$ $p = 100 - (q_1 + q_2) = 46{,}67$ $\pi_1 = 1051{,}78,\ \pi_2 = 522{,}67$
Pokud si budou obě firmy myslet, že jsou vůdci, stanoví podle toho vyráběné množství, ale jejich zisk bude nižší.	$q_1 = 42,\ q_2 = 18{,}67,\ p = 39{,}33$ $\pi_1 = 998\ \ \pi_2 = 388{,}75$

Model	Celková produkce	Cena	Zisk 1.	Zisk 2.
Cournot	36 + 16 = 52	48,00	1146,00	512,00
Stackelberg (1. vůdce)	42 + 14,5 = 56,5	43,50	1173,00	420,50
Stackelberg (2. vůdce)	34,67 + 18,67 = 53,33	46,67	1051,78	522,67
Stackelberg (oba vůdci)	42 + 18,67 = 60,67	39,33	998,00	385,78

Srovnání výsledků různých modelů
Zdroj: prezentace 4EK421 (Mgr. Jana Sekničková, PhD.)

Pokud je firma vůdcem, má nejvyšší zisk (ve srovnání s Cournotovým modelem a Stackelbergovým, ve kterém je následníkem). Kdyby ovšem vyráběly obě firmy toto „optimální“ množství, zisk obou firem by byl mnohem nižší

Kartel

Předpokladem vzniku kartelu je možnost firem dopředu uzavřít dohodu o výrobních kvótách. To udělají tehdy, pokud je to pro obě výhodné. Uzavřením kartelu vlastně vzniká „monopol.“

Cena na trhu je opět funkcí množství obou firem: $p = q(q1 + q2)$. Každá z firem má opět svou vlastní nákladovou funkci. Na rozdíl od případu nespolupráce se ale firmy budou tentokrát snažit maximalizovat nikoli svůj vlastní zisk, ale zisk celého kartelu:

$$\pi(q_1,q_2) = R(q_1,q_2) - C_1(q_1) - C_2(q_2) = p\cdot(q_1+q_2) - C_1(q_1) - C_2(q_2) \rightarrow \text{max}$$

To udělají tak, že parciální derivace zisku podle množství položí rovny 0, což povede na soustavu dvou rovnic o dvou neznámých.

$$\frac{\partial\pi(q_1,q_2)}{\partial q_1} = 0, \qquad \frac{\partial\pi(q_1,q_2)}{\partial q_2} = 0$$

Spolupráce se vyplatí, pokud $\pi > \pi_1 + \pi_2$, kde zaručené zisky jsou dány modelem bez spolupráce, tzn. z Cournotova modelu. Pak si firmy musí zisk rozdělit mezi sebe. Každá firma musí získat alespoň tolik, kolik by dokázala získat sama, a zároveň musí být veškerý zisk rozdělen mezi členy kartelu. Pokud první firma dostane a_1, druhá a_2, pak musí platit $a_1 \geq \pi_1$, $a_2 \geq \pi_2$, $\pi = a_1 + a_2$. Množina bodů, která toto splňuje, se nazývá jádro hry. Jednou z možností je první firmě dát její zaručený zisk π_1, druhé firmě dát její zaručený zisk π_2 a zbytek rozdělit mezi firmy rovným dílem.

KARTEL	
Zadání	$p = 100 - (q_1 + q_2)$ $C_1(q_1)=150+12q_1$ $C_2(q_2)=q_2^2$
Celkový příjem kartelu: Celkový zisk:	$R = [100 - (q_1 + q_2)](q_1+q_2) = 100q_1 + 100q_2 - 2q_1q_2 - q_1^2 - q_2^2$ $\pi = 100q_1 + 100q_2 - 2q_1q_2 - q_1^2 - q_2^2 - (150+12q_1) - q_2^2 \rightarrow \max$
Parciální derivace podle jednotlivých proměnných položíme rovny 0. Spočítáme množství ze soustavy rovnic:	$\partial\pi_1/\partial q_1 = 0$ $\partial\pi_2/\partial q_2 = 0$ $100 - 2q_2 - 2q_1 - 12 = 0$ $100 - 2q_1 - 4q_2 = 0$ $q1 = 38$ $q2 = 6$
Dopočítáme cenu: Dopočítáme zisk kartelu: Rozdělíme jej mezi firmy:	$p = 100 - (38 + 6) = 56$ zisk = 2464 – 606 – 36 = 1822 V Cournotově modelu získala první firma 1146, druhá 512, celkem tedy 1658. V kartelu tak získají o 164 více. To si mohou rozdělit rovným dílem: první získá 1146 + (164/2) = 1228, druhá 594.

a_1, a_2, které toto splňují, tvoří tzv. **jádro hry**.

ZDROJE

Mgr. Jana Sekničková, Ph. D.: prezentace k předmětu 4EK421 Teorie her a ekonomického rozhodování, 2013.